

UTILIZAÇÃO DE SOFTWARE LIVRE NA MODELAGEM DA FLAMBAGEM DE PLACAS DE MATERIAS COMPÓSITOS

Carlos Miotto Schiontek¹

Rubem Matimoto Koide²

RESUMO

As análises estruturais por meio de software estão sendo cada vez mais utilizados, principalmente quando tem-se uma geometria complexa e normalmente necessita-se um software caro para determinar as cargas que a estrutura pode suportar. O método dos elementos finitos é um dos métodos numéricos que pode ser usado para a solução de problemas da engenharia. Este método pode ser aplicado na análise de flambagem de materiais compósitos laminados com o intuito de simular a melhor de sequência de empilhamento das lâminas com a utilização de métodos de otimização. Os materiais compósitos são materiais compostos de fibras de alta resistência (carbono, fibra de vidro) e resina (epóxi) que vêm sendo usados cada vez mais em estruturas aeronáuticas, automobilísticas, espacial etc. A aplicação destes materiais vem aumentando devido a sua alta resistência mecânica e baixo peso, onde é possível obter soluções com uma boa relação rigidez/peso. Os aplicativos atuais para o cálculo pelo método dos elementos finitos encontrados atualmente têm um custo elevado. Portanto, com o intuito de obter uma solução com um custo relativamente menor, busca-se com este trabalho realizar testes computacionais com softwares livres para a modelagem da estrutura. Algumas modelagens foram testadas em softwares comerciais e livres. Entretanto, por se tratar de aplicativos livres, encontram-se diversas dificuldades e limitações para aprender, explorar e solucionar problemas específicos como a modelagem de materiais compósitos. O software FREECAD não apresentou resultados satisfatórios quando se avalia a proposta inicial do trabalho que é a utilização do software na modelagem da flambagem de placas de materiais compósitos.

Palavras-chave: Materiais Compósitos. Flambagem. Elementos Finitos. Software Livre.

¹ Aluno do 4º período do curso de Engenharia Mecânica da FAE Centro Universitário. Bolsista do Programa de Apoio à Iniciação Científica (PAIC 2018-2019). *E-mail*: carlos.miotto@mail.fae.edu

² Doutor em Engenharia Mecânica pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Professor da FAE Centro Universitário. *E-mail*: rubem.koide@fae.edu

INTRODUÇÃO

Atualmente, as análises por meio de softwares estão sendo cada vez mais utilizadas em problemas de engenharia, principalmente quando temos uma geometria complexa e precisamos determinar a solução, seja estrutural, térmica ou multifísicas. Este trabalho consiste em pesquisar e aplicar um software livre para analisar a flambagem de compósitos laminados, preparar a modelagem de uma placa de laminado com o método de elementos finitos. Os materiais compósitos são materiais compostos, por exemplo, de fibras de carbono ou fibra de vidro e resina epóxi, que apresentam alta resistência mecânica. A metodologia possibilitará criar uma conexão com algoritmos de otimização. A otimização consiste em buscar a melhor sequência de empilhamento das lâminas e aplicar a metodologia a geometrias mais complexas.

O método de elementos finitos é um dos métodos numéricos que pode ser usado para a solução de problemas da engenharia. O método é aplicado em problemas onde as vezes não é possível obter uma solução analítica ou onde a complexidade do problema, seja de geometria, ou em estruturas complexas, que impossibilitam a solução do problema. O método pode ser aplicado na análise de flambagem de materiais compósitos laminados atualmente com aplicativos comerciais. Estes contêm módulos específicos para estes materiais, entretanto seu custo é elevado.

Os materiais compósitos laminados são considerados de alta rigidez e baixo peso e utilizados em estruturas onde requer alta resistência mecânica e seja ao mesmo tempo leves. Para um melhor aproveitamento destas características busca-se a melhor obtenção de sequência de empilhamento das lâminas via otimização, pois trata-se de um problema complexo.

O trabalho visa pesquisar e testar aplicativos comerciais e livres do método dos elementos finitos e aplicá-los aos materiais compósitos laminados. Desta maneira obter soluções de custo menor no desenvolvimento de projetos. Para o qual, necessita-se desenvolver aplicativos que possibilitem a modelagem, o cálculo estrutural, além de viabilizar uma conexão com o processo de otimização, e a análise de compósitos laminados com geometrias complexas.

A seguir apresenta-se uma revisão breve do método dos elementos finitos, o FREECAD (FREECADWEB, 2018), aplicativo livre de elementos finitos e o material compósito laminado.

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos (MEF) surgiu no início do século XX, entretanto sua aplicação expandiu-se, a partir da década de 1960, com os primeiros computadores. Os fundamentos matemáticos do MEF já eram conhecidos havia tempo, mas as ferramentas de cálculo então disponíveis inviabilizavam a sua implementação e utilização. Atualmente, o MEF continua evoluindo nos seus diversos aspectos, dada a quantidade de artigos científicos publicados que abordam o assunto.

A divisão da geometria em pequenos elementos, denominados elementos finitos, permite resolver um problema complexo, submetendo-o em um problema mais simples. O método propõe que o número infinito de variáveis desconhecidas, seja substituído por um número limitado de elementos bem definido. Essas divisões podem apresentar diferentes formatos, como triangulares, hexagonal, quadrilateral entre outros tipos dependendo do problema. Como são elementos de dimensões finitas, são chamados de “elementos finitos” (SORIANO; LIMA, 2004).

Os elementos finitos são conectados entre si por pontos, os quais são denominados de nós ou pontos nodais. Ao conjunto de todos esses nós temos a malha. Em função das subdivisões da geometria, as equações matemáticas que regem aos comportamentos físicos não serão resolvidas de maneira exata, mas de forma aproximada por este método numérico. A precisão do método depende da quantidade de nós e elementos, do tamanho e dos tipos de elementos da malha. Ou seja, quanto menor for o tamanho e os tipos dos elementos de uma determinada malha, maior a precisão nos resultados de análise.

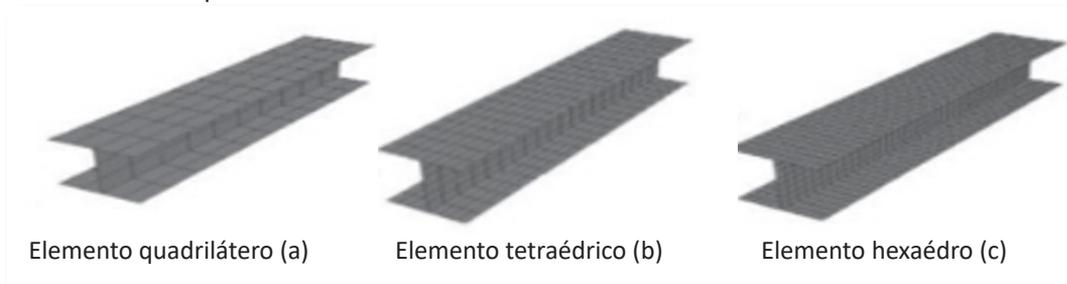
Os softwares de simulação computacional vêm evoluindo e buscam aprimorar análises abordadas pelo método, melhorando a escolha dos tipos e a geração da malha de elementos, as técnicas de modelagem, os critérios de aceitação, os erros e a apresentação dos resultados, facilitando a utilização desta ferramenta.

O método pode ser aplicado na resolução e diagnósticos de problemas de análises estrutural por meio da obtenção de deslocamentos, deformações e tensões, também permitem representar diversos cenários e avaliar o desempenho de produtos com a aplicação de critérios de resistência, rigidez ou fadiga, segundo Bucalem e Bathe (2011). Além disso, variações do método dos elementos finitos viabilizam a análise térmica, acústica, dinâmica, eletromagnética e de fluidos para casos mais simples de comportamento linear ou outros não lineares, como quando há grandes deslocamentos ou contato entre partes de uma montagem. É possível, portanto, com as tecnologias atuais realizar uma integração com o sistema CAD (*Computer Aided Design*) e o sistema CAE (*Computer-Aided Engineerig*). Essa integração permite alcançar melhores resultados com análises mais eficientes e ágeis.

A aplicação da malha é o processo onde os componentes estruturais serão discretizados, ou seja, divididos em elementos e nós. Essa malha criada ao longo de toda a geometria é usada para representar, matematicamente, as rigidezes e distribuição de massa ao longo da estrutura.

A FIG. 1 apresenta alguns tipos de elementos e malha (ALVES FILHO, 2012).

FIGURA 1 – Exemplos de elementos e malhas



FONTE: Alves Filho (2012)

1.1.1 Análise Numérica Computacional

A análise numérica computacional consiste em uma aplicação que pode executar uma variação de simulações de engenharia, incluindo a determinação de tensões, a resposta de um modelo a vibrações, dentre outras aplicações que um modelo de projeto pode estar submetido. Uma simulação típica consiste em desenvolver o modelo e aplicar as condições de contorno para o trabalho, resolver o problema a partir dessas condições e então analisar os detalhes das respostas (ANSYS, 2015).

Em aplicações mecânicas, como análise estática ou análise de fadiga, é preciso seguir alguns passos para a simulação, onde são definidas as condições de contorno e o tipo de resposta que o usuário deseja para o modelo simulado. A expansão do objetivo pode mostrar os detalhes associados ao modelo e então pode ser usado as ferramentas correspondentes e tabelas de especificações para executar a simulação (ANSYS, 2015).

Na análise de uma estrutura, o procedimento está dividido em três etapas: Pré-processamento, Processamento ou Solucionador Numérico e Pós-processamento. Na primeira etapa, Pré-processamento, é feita a modelagem da estrutura, a geometria, a definição do tipo de elemento estrutural (viga, barras, placas, etc.), as características do elemento e do tipo de material relacionado ao mesmo. Ainda nessa etapa, são numerados os nós e as barras. Na segunda etapa, Solucionador Numérico de Equações, é feita a definição dos tipos de forças atuantes na estrutura e suas condições de apoio e o tipo de análise escolhido. Feita a análise da estrutura, inicia-se a terceira etapa, Pós-processamento, em que é feita a apresentação dos resultados da análise da etapa anterior (ANSYS, 2015).

Os programas recentes de simulações computacionais permitem que o usuário tenha acesso a algum tipo de ferramenta que demonstra em tempo real o status da análise, onde é possível ver os dados de saída da resolução, gráficos monitorando critério de convergência para problemas não-lineares e diagnósticos de possíveis dificuldades para convergência. Adicionalmente, o usuário pode verificar em tempo real alguns resultados, como deslocamentos, variação de temperatura ou de comportamento das regiões de contatos no progresso da solução.

1.2 FREECAD

O FREECAD é um software livre sendo um modelador paramétrico em 3D de código aberto, sob licença da LGPLv2+ e atualmente está em fase beta de desenvolvimento. É diretamente voltado para o uso da engenharia, arquitetura e design de produto. No entanto, possui uma ampla aplicabilidade em outros ramos da engenharia. Algumas características gerais do FREECAD (FREECADWEB, 2018) são:

- O FREECAD é multi-plataforma, ele é executado e se comporta exatamente da mesma maneira em plataformas Windows, Linux e MacOS.
- Possui uma Interface Gráfica de Usuário completa baseada no famoso *framework*, com visualizador 3D baseado no *Open Inventor*, permitindo renderização rápida de cenas 3D e uma representação gráfica de cena muito acessível.
- Também é executado como um aplicativo de linha de comando. No modo de linha de comando, o FREECAD é executado sem sua interface, mas com todas as suas ferramentas de geometria. Pode ser, por exemplo, usado como servidor para produzir conteúdo para outros aplicativos.
- O FREECAD pode ser importado com um módulo Python, dentro de outros aplicativos que podem executar scripts Python ou em console Python. Como no modo de console, a parte de interface do FREECAD não está disponível, mas todas as ferramentas de geometria estão acessíveis.
- Na interface do FREECAD, as ferramentas são agrupadas por bancadas de trabalho. Isso permite exibir apenas as ferramentas usadas para realizar uma determinada tarefa, mantendo a área de trabalho organizada, e o aplicativo rápido para carregar.

1.3 SOLIDWORKS

O SolidWorks é um software comercial de CAD 3D para plataforma Windows. Foi desenvolvido inicialmente pela SolidWorks. Atualmente, pertence a francesa Dassault Systèmes SA. É um aplicativo baseado em computação paramétrica, e criação de geometrias

3D. O mesmo apresenta diversos módulos e ferramentas úteis no desenvolvimento de produtos, projetos e simulações. Por exemplo, SolidWorks CAD 3D, SolidWorks Simulation, SolidWorks Enterprise, SolidWorks Composer, etc. Estas características permitem simulações de análises estruturais, de CFD, de modelagem de injeção plástica, ambientais e de movimento, portanto uma ferramenta muito útil à engenharia mecânica.

1.4 MATERIAIS COMPÓSITOS

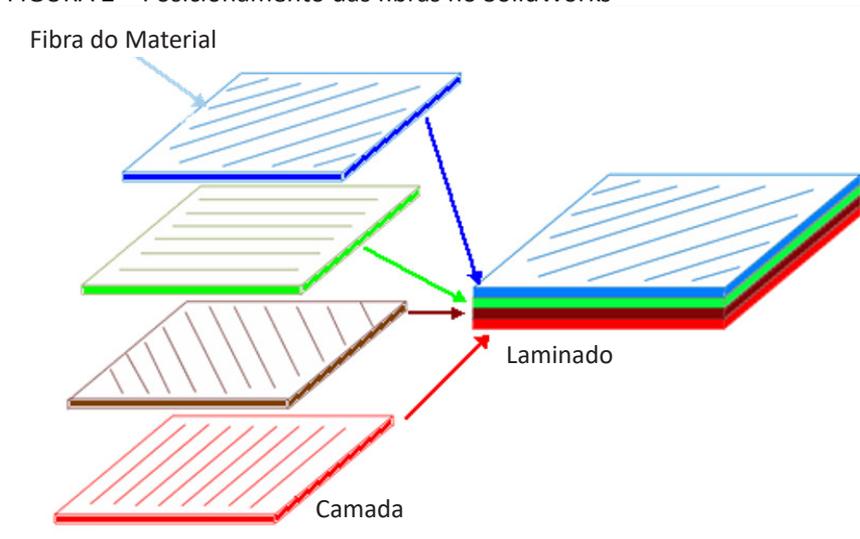
1.4.1 Definição

Um material composto é formado pela união de dois materiais de naturezas diferentes, resultando em um material de performance superior àquela de seus componentes tomados separadamente. O material resultante, é um arranjo de fibras, contínuas ou não, de um material resistente (reforço) que são impregnados em uma matriz de resistência mecânica inferior às fibras (PEREIRA, 2005).

1.4.2 Componentes Constituintes de um Material Compósito

De acordo com Pereira (2005), a(s) fibra(s) é o elemento constituinte que confere ao material compósito suas características mecânicas: rigidez, resistência à ruptura, etc. As fibras podem ser curtas de alguns centímetros que são injetadas no momento da moldagem da peça, ou longas e que são cortadas após a fabricação da peça, possuindo diversos ângulos. A Figura 1 mostra as lâminas com orientações específicas das fibras e o compósito laminado por várias lâminas.

FIGURA 2 – Posicionamento das fibras no SolidWorks



FONTE: SolidWorks (2011)

Os tipos mais comuns de fibras são: de vidro, de aramida (Kevlar), carbono, boro, etc. As fibras podem ser definidas como sendo unidirecionais, quando orientadas segundo uma mesma direção: bidimensionais, com as fibras orientadas segundo duas direções ortogonais (tecidos), ou com as fibras orientadas aleatoriamente (esteiras), e tridimensionais, quando as fibras são orientadas no espaço tridimensional (tecidos multidimensionais).

As matrizes têm como função principal, transferir as solicitações mecânicas às fibras e protegê-las do ambiente externo. As matrizes podem ser resinosas (poliéster, epóxi, etc.), minerais (carbono) e metálicas (ligas de alumínio).

A escolha entre um tipo de fibra e uma matriz depende fundamentalmente da aplicação ao qual será dado o material compósito: características mecânicas elevadas, resistência a alta temperatura, resistência a corrosão etc. O custo em muitos casos pode também ser um fator de escolha entre um ou outro componente. Deve ser observada também a compatibilidade entre as fibras e as matrizes (PEREIRA, 2005).

1.4.3 Interesse dos Materiais Compósitos

O interesse dos materiais compósitos está ligado a dois fatores: econômico e performance. O fator econômico vem do fato do material compósito ser muito mais leve que os materiais metálicos, o que implica numa economia de combustível e conseqüentemente, num aumento de carga útil (aeronáutica e aeroespacial). A redução na massa total do produto pode chegar a 30% ou mais, em função da aplicação dada ao material compósito. O custo de fabricação de algumas peças em material compósito pode ser também sensivelmente menor se comparado com os materiais metálicos.

O fator performance está ligado a procura por um melhor desempenho de componentes estruturais, sobretudo no que diz respeito às características mecânicas (resistência a ruptura, resistência aos ambientes agressivos etc.). O caráter anisotrópico dos materiais compósitos é o fator primordial para a obtenção das propriedades mecânicas requeridas pelo componente.

A leveza juntamente com as excelentes características mecânicas faz com que os materiais compósitos sejam cada vez mais utilizados dentro de atividades esportivas (PEREIRA, 2005).

1.4.4 Aplicações dos Materiais Compósitos

A aplicação dos materiais compósitos surgiu inicialmente na área aeronáutica devido à necessidade de diminuição de peso, preservando a robustez dos componentes estruturais. Atualmente uma grande variedade de peças em materiais compósitos pode ser encontrada nos aviões em substituição aos materiais metálicos: fuselagem, *spoilers*, portas de trem de aterrissagem, portas internas, etc. Em muitos destes componentes, sua concepção foge da definição dada inicialmente para materiais compósitos, pois nestes casos os componentes são fabricados normalmente com placas de baixa densidade, e finas de alta resistência. Esta configuração normalmente é dita sanduíche. De uma forma mais ampla, estas configurações são também consideradas “materiais compósitos”, pois combinam diferentes materiais (PEREIRA, 2005).

Dentro da área aeronáutica, os helicópteros possuem também vários componentes em material compósito: pás da hélice principal, hélice traseira, árvore de transmissão, fuselagem, etc.

A utilização dos materiais compósitos dentro da indústria automobilística é bem mais recente do que na área aeronáutica. Inicialmente, eram produzidos somente para-choques e tetos de automóveis. Atualmente, o material compósito é utilizado para a fabricação de capots, carters de óleo, colunas de direção, árvores de transmissão, molas laminadas, painéis, etc.

Uma das grandes vantagens trazidas para o meio automobilístico pelos materiais compósitos é, além da redução de peso, a facilidade em confeccionar peças com superfícies complexas.

Uma atividade esportiva notória que emprega material compósito é a Fórmula 1, que pode ser considerada como um laboratório para as inovações tecnológicas. Em muitos casos, o que se emprega dentro dos carros de Fórmula 1, será utilizado futuramente nos carros de passeio. Neste caso, o aumento da relação potência/peso é fundamental para um bom desempenho do carro nas pistas. A configuração mais frequentemente usada nestes carros é do tipo sanduíche que é utilizada para a confecção da carroceria.

Em praticamente todas as atividades esportivas, a redução do peso está diretamente ligada a redução do tempo de execução de uma prova esportiva. Como exemplo disto, podemos citar: barcos a vela, *sky*, bicicletas, etc. Em alguns casos, o que se procura é a agilidade, e a perfeição de alguns golpes, como no tênis, com suas raquetes; no golfe, com seus tacos; e no surfe, com suas pranchas (MORAIS et. al, 2009).

1.5 TEORIA DOS MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS

Relacionando a deformação e a tensão do material, temos a Lei de Hooke

$$\sigma = \varepsilon E \quad (1)$$

Considerando C_{ij} os componentes da matriz e ε_j os componentes de deformação temos:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} & C_{41} & C_{51} & C_{61} \\ C_{12} & C_{22} & C_{32} & C_{42} & C_{52} & C_{62} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{43} & C_{53} & C_{63} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{54} & C_{64} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{65} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Com isso podemos considerar a Lei de Hooke da seguinte forma:

$$\sigma_i = \sum_{j=1}^6 C_{ij} \varepsilon_j \quad (3)$$

A matriz pode ser escrita em função das constantes do material (Módulo de elasticidade (E), Coeficiente de Poisson (ν) e módulo de cisalhamento (G).

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -O & -I & 0 & 0 & 0 \\ -O & \frac{1}{E_2} & -U & 0 & 0 & 0 \\ -I & -U & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Onde, ε é a deformação de tensão normal na direção i ; γ é a deformação angular no plano ij ; σ é a tensão normal na direção i ; τ é a tensão de cisalhamento no plano ij ; E é o módulo de elasticidade na direção i e G o módulo de cisalhamento na direção ij .

Obtem-se a matriz transformação utilizando a primeira Lei de Newton (equilíbrio estático)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{63} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Cujo termos são apresentados na Eq. (6), onde c é cosseno e s o seno:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= c^4 Q_{11} + s^4 Q_{12} + 2c^2 s^2 (Q_{12} + 2Q_{66}) \\ \bar{Q}_{12} &= c^2 s^2 (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) + (c^4 s^4) Q_{12} \\ \bar{Q}_{22} &= s^4 Q_{11} + c^4 Q_{22} + 2c^2 s^2 (Q_{12} + 2Q_{66}) \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) s c^3 + (Q_{11} - Q_{22} + 2Q_{66}) s^3 c \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) c s^3 + (Q_{11} - Q_{22} + 2Q_{66}) c^3 s \\ \bar{Q}_{66} &= c^2 s^2 (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) + (c^4 + s^4) Q_{66} \end{aligned} \quad (6)$$

Quando não se sabe a magnitude dos esforços e no entanto existe a necessidade de calculá-las, podemos efetuar da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} N_x \cdot 1 &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x (dz \cdot 1) = \sum_{k=1}^n \sigma_x^k h_k \\ N_y \cdot 1 &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y (dz \cdot 1) = \sum_{k=1}^n \sigma_y^k h_k \\ N_{xy} \cdot 1 &= N_{yx} \cdot 1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} (dz \cdot 1) = \sum_{k=1}^n \tau_{xy}^k h_k \end{aligned} \quad (7)$$

Os esforços N_x , N_y e N_{xy} (somente os esforços das membranas), podem ser calculados em função da constante elástica de cada lâmina.

$$N_x = \sum_{k=1}^n \{ \bar{Q}_{11}^k \varepsilon_x + \bar{Q}_{12}^k \varepsilon_y + \bar{Q}_{16}^k \gamma_{xy} \} h_k \quad (8)$$

Resumindo a Eq. (7), temos,

$$N_x = A_{11}\varepsilon_x + A_{12}\varepsilon_y + A_{16}\gamma_{xy} \quad (9)$$

onde,

$$\begin{aligned} A_{11} &= \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{11}^k h_k; \\ A_{12} &= \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{12}^k h_k; \\ A_{16} &= \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{16}^k h_k; \quad \square \end{aligned} \quad (10)$$

Colocando em matriz, obteremos:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

De forma genérica:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^k h_k \quad (12)$$

Na qual, A_{ij} é matriz construtiva de extensão.

Os momentos fletores em torno aos eixos x e y são denotados M_x , M_y e M_{xy} os momentos fletores.

$$\begin{aligned} M_x &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x(dz.1)z \\ M_y &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y(dz.1)z \\ M_{xy} &= M_{yx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy}(dz.1) \end{aligned} \quad (13)$$

Considerando a matriz de comportamento de cada lâmina no sistema de eixos, os momentos são da forma,

$$M_x = \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\bar{Q}_{11}\varepsilon_x + \bar{Q}_{12}\varepsilon_y + \bar{Q}_{16}\gamma_{xy})zdz \right\} \quad (14)$$

Se a lâmina for simétrica as integrais $\int_{z_{k-1}}^{z_k} \bar{Q}_j^k z dz$, irá se anular com as integrais $\int_{-z_k}^{-z_{k-1}} \bar{Q}_j^k z dz$. Considerar a lâmina simétrica com a superfície neutra, temos,

$$M_x = \sum_{k=1}^n \left\{ \bar{Q}_{11}^k \frac{z_k^3 - z_{k-1}^3}{3} k_x + \bar{Q}_{12}^k \frac{z_k^3 - z_{k-1}^3}{3} k_y + \bar{Q}_{16}^k \frac{z_k^3 - z_{k-1}^3}{3} k_{xy} \right\} \quad (15)$$

De maneira simplificada,

$$M_x = D_{11}k_x + D_{12}k_y + D_{16}k_{xy} \quad (16)$$

Onde,

$$D_{1j} = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{1j}^k \frac{z_k^3 - z_{k-1}^3}{3} \quad (17)$$

Colocando os momentos em forma matricial, iremos obter,

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Podemos afirmar que k representa as curvaturas que o material ao ser exposto as cargas de momento. Generalizando,

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{1j}^k \frac{z_k^3 - z_{k-1}^3}{3} \quad (19)$$

Sendo D_{ij} os coeficientes da matriz construtiva de flexão.

Os coeficientes da matriz B são,

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{1j}^k \frac{z_k^2 - z_{k-1}^2}{2}, \quad (20)$$

sendo B_{ij} os coeficientes da matriz de acoplamento flexão-extensão.

De modo geral, o comportamento de uma lâmina é dado pela seguinte fórmula,

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{pmatrix} \quad (21)$$

2 METODOLOGIA

A metodologia da pesquisa consistiu em pesquisar e testar softwares comerciais e livres de elementos finitos aplicáveis à análise de estruturas mecânicas. Realizou-se a modelagem do laminado no SolidWorks (SOLIDWORKS, 2018), software comercial de elementos finitos, como forma de aprender a modelar a simulação e utilizá-la para efeitos comparativos ou validação do modelo aplicado com o software livre. Após a seleção dos possíveis softwares iniciou-se a modelagem de materiais compósitos nos aplicativos selecionados.

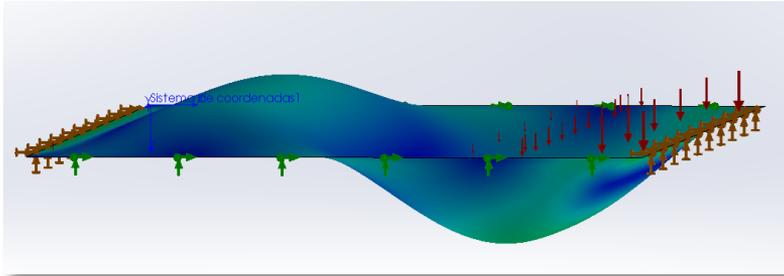
3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta seção são apresentadas as modelagens do compósito laminado no SolidWorks e testes realizados com o FREECAD, exemplos e tutoriais utilizados para aprender a simulação no mesmo.

3.1 MODELAGEM NO SOLIDWORKS

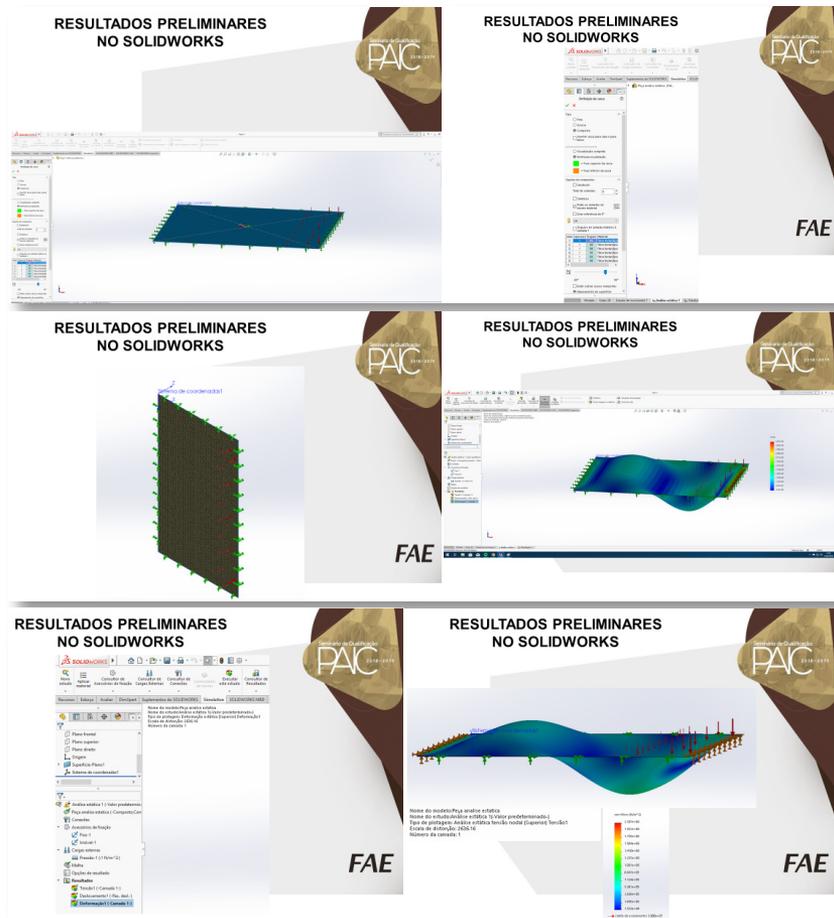
Foram modelados materiais compósitos laminados no SolidWorks como preparação e entendimento do comportamento dos compósitos, e assimilar a teoria e os conceitos específicos deste material. Este aplicativo já contém um módulo específico para os laminados compósitos. A Figura 3 mostra o resultado de uma placa de laminado com as condições de contorno e as cargas aplicadas e os modos de flambagem da placa. Na Figura 4 apresentam alguns resultados destas simulações como a geometria, o menu do software com as opções para se inserirem os materiais, as cargas aplicadas, as condições de contorno e os resultados das cargas de flambagem.

FIGURA 3 – Resultado da modelagem SolidWorks



FONTE: SolidWorks (2011)

FIGURA 4 – Resultados do SolidWorks



FONTE: SolidWorks (2011)

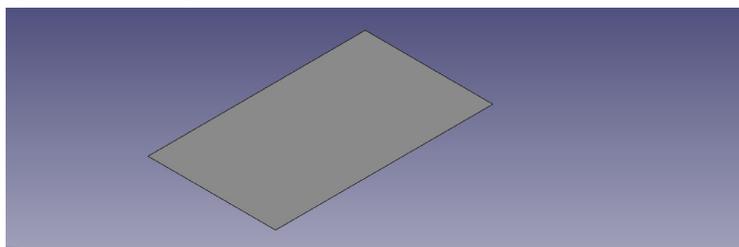
Obteve-se os resultados das simulações, ou seja, com as extensões dos arquivos do SolidWorks e foi gerado também arquivos com extensão STEP, para serem importados para outros aplicativos. Arquivos STEP é um extensão padrão para exportação para outros aplicativos.

3.2 TESTE COM O ARQUIVO STEP NO FREECAD

Nesta etapa importou-se o arquivo em STEP para o FREECAD. Apesar de ser possível a importação do arquivo STEP, o mesmo não importa as características dos materiais como: os tipos de materiais, cada lâmina que formam o laminado, e principalmente as orientações específicas de cada lâmina, além das propriedades mecânicas que definem o compósito laminado. Assim, no FREECAD não foi possível ler o arquivo fonte com as especificações definidas pelo SOLIDWORKS.

Além dessa dificuldade o arquivo importado não apresenta as informações de malha, angulação que era pré determinado no compósito e as condições de contorno. O arquivo mostra apenas a geometria de uma placa simples, como mostra a Figura 5.

FIGURA 5 – Imagem no FREECAD do arquivo STEP do SolidWorks



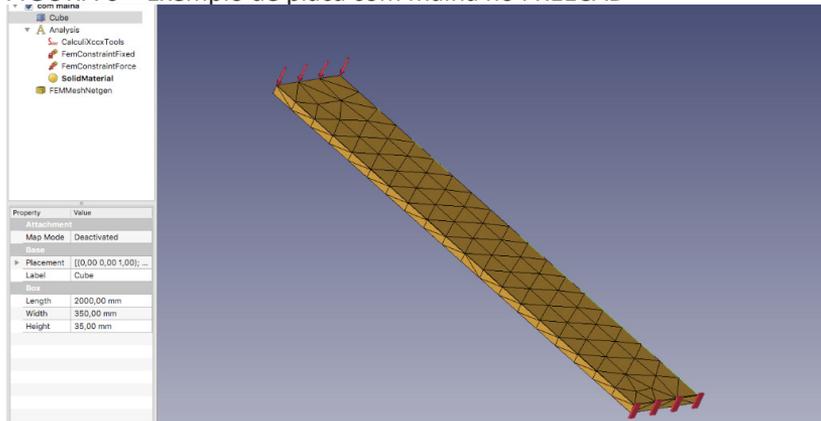
FONTE: SolidWorks (2011)

3.3 MODELAGEM NO FREECAD

3.3.1 Modelagem de um Exemplo de Peça no FREECAD

Algumas modelagens foram realizadas no FREECAD para analisar o desempenho do software com relação a malha e a análise de tensão. A Figura 6 apresenta a modelagem de uma placa e a malha correspondente no FREECAD.

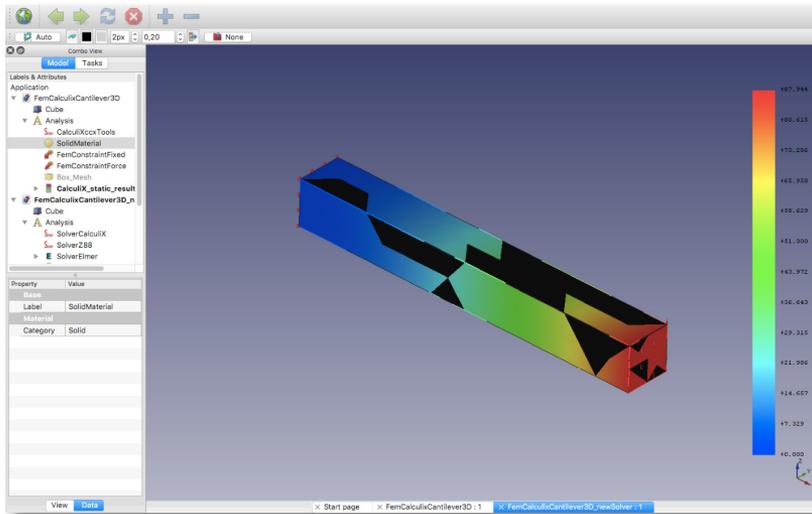
FIGURA 6 – Exemplo de placa com malha no FREECAD



FONTE: FREECAD (2011)

A Figura 7 mostra o resultado de uma análise estática da modelagem e as respectivas tensões correspondentes em diversos pontos.

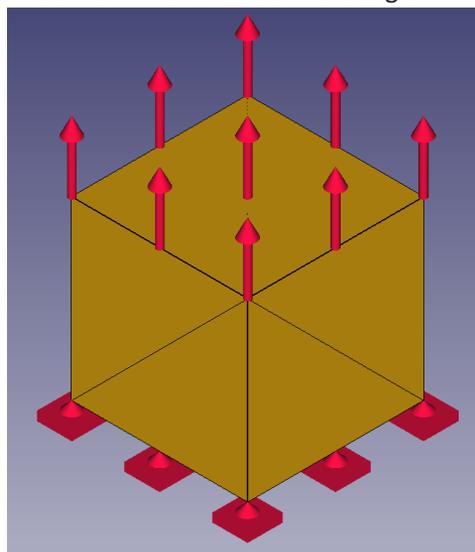
FIGURA 7 – Exemplo de análise de tensão no FREECAD



FONTE: FREECAD (2011)

Neste processo foi instalado o aplicativo GMSH, para a realização de malha, e o CalculiX, para o cálculo de elementos finitos. Estes dois aplicativos são *free* e compatíveis com o FREECAD. Desta maneira, utilizou-se estes softwares complementares para que se conseguisse fazer no mínimo as especificações de malha, estabelecer as condições de contorno e as imposições das forças aplicadas. A Figura 8 apresenta também o resultado da execução de um tutorial do FREECAD (FREECADWEB, 2018). O qual foi executado para assimilar as características do software.

FIGURA 8 – Resultado da modelagem FREECAD



FONTE: FREECAD (2011)

3.3.2 Modelagem do laminado compósito no FREECAD

O FREECAD não possibilita a modelagem com materiais compósitos laminados pois o mesmo não apresenta um módulo específico para as definições da lâminas com as suas específicas orientações angulares. As dificuldades encontradas foram em relação a implementação dos ângulos afetando também a malha do compósito laminado e as definições da aplicação das forças para um material ortotrópico.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisando o projeto com uma visão macro conclui-se que há diversas dificuldades com softwares que são gratuitos, pois não tem-se muitas informações e tutoriais sobre os compósitos aplicados nesses softwares. O software SolidWorks foi utilizado para *benchmarking* neste estudo. Exemplos foram simulados para aprender sobre o material e a modelagem. O software livre FREECAD foi selecionado para análise estrutural. Foram realizados estudos com tutoriais de placas e exemplos no FREECAD. Houve a necessidade da instalação dos aplicativos GMSH e do CALCULIX, ambos compatíveis com FREECAD, para as simulações.

A modelagem do compósito laminado não foi possível no FREECAD, pois o mesmo não apresenta um módulo específico para este material como nos softwares comerciais. Principalmente, para as definições das lâminas e as orientações das fibras de cada lâmina. Uma alternativa de solução poderia ser importar a geometria e a malha do compósito laminado do GMSH para o FREECAD e a partir daí efetuar as simulações. Esta proposta poderá ser desenvolvida em estudos futuros.

REFERÊNCIAS

ALVES FILHO, A. **Elementos finitos**: a base da tecnologia CAE. 6th ed. São Paulo: Érica, 2012.

ANSYS. **Manual do usuário**. 2015. Disponível em <https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/wb_sim/ds_Home.html>. Acesso em: 10 dez. 2018.

BUCALEM, M. L.; BATHE, K. J. **The Mechanics of Solids and Structures**: Hierarchical Modeling and the Finite Element Solution. Cambridge, MA: Springer, 2011.

FREECADWEB. Disponível em: <<https://www.freecadweb.org/wiki/gettingstarted>>. Acesso em: 15 dez. 2018.

MORAIS, A.; MOURA, M.; MAGALHÃES, A. **Materiais compósitos**: materiais, fabrico e comportamento mecânico. 2. ed. Porto: Publindústria, 2009.

PEREIRA, J. C. **Curso de projeto estrutural com materiais compósitos**. Florianópolis: Grante, 2005.

SOLIDWORKS. **Manual do Solidworks**. 2018. Disponível em: <https://www.solidworks.com/sw/docs/Instructor_WB_2011_PTB.pdf>. Acesso em: 15 dez. 2018.

SORIANO, H. L.; LIMA, S. S. **Análise de estruturas**: método das forças e dos deslocamentos. 2. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2004.