

DIMENSIONAMENTO PARA TRELIÇAS DE MODO A MINIMIZAR CUSTOS MATERIAIS E OTIMIZAR A RESISTÊNCIA A DESLOCAMENTO

Carlos Eduardo Gabriel¹
Luiz Gustavo Razoto Taborda²
André Luiz Emidio de Abreu³

RESUMO

Treliças metálicas planas são conhecidas por suas variadas aplicações tanto em estruturas residenciais como em grandes construções da arquitetura e engenharia moderna. Percebendo a importância desta estrutura e visando maior praticidade para a realização do projeto, realizou-se uma revisão bibliográfica para a definição de parâmetros e posterior simulação paramétrica da estrutura, com objetivo verificar quais as melhores aplicações desta, tendo como referência a redução de custos e de estrutura para seu dimensionamento. A pesquisa apresentou certa dificuldade tendo em vista o grande número de modelos de treliça e variáveis de estudo, sendo apresentadas apenas as simulações para as treliças do tipo Howie, Warren e Pratt. Os parâmetros foram importantes para os melhores resultados aplicados em função da escolha dos Métodos dos Elementos Finitos e a simulação em software Matlab. Para as simulações, pode-se destacar que o tipo Warren apresentou o menor deslocamento, seguida de perto pela treliça Howie, para o mesmo conjunto de parâmetros de estudo.

Palavras-chave: Treliças; Dimensionamento; Elementos Finitos; Simulação; Matlab.

¹ Aluno do 10º período do curso de Engenharia Mecânica da FAE Centro Universitário. Bolsista do Programa de Apoio à Iniciação Científica (PAIC 2017-2018). *E-mail*: cegabriel@gmail.com

² Aluno do 9º período do curso de Engenharia Mecânica da FAE Centro Universitário. Voluntário do Programa de Apoio à Iniciação Científica (PAIC 2017-2018). *E-mail*: luiz-gustavo72@hotmail.com

³ Mestre e doutor em Métodos Numéricos em Engenharia pela Universidade Federal do Paraná. Graduado em Matemática. Desenvolve pesquisa em modelos de regressão não linear, Machine learning, e confiabilidade de produtos e sistemas. *E-mail*: andre.abreu@fae.edu

INTRODUÇÃO

Estruturas do tipo treliça apresentam uma variada gama de aplicações no âmbito estrutural de edificações, pontes, telhados, dentre outras. Sabe-se que existem diversos tipos de treliças, planas e espaciais que são variações em seus elementos, além de diversos modelos de montagem de suas barras, que podem ser usadas de acordo com a necessidade da construção. Treliças tem como característica básica apresenta-se sempre em forma triangular em suas barras, o que garante grande compactação a esta estrutura, além de uma boa resistência a tração.

Em sua aplicação, sofrem diversos tipos de influências, que variam de cargas suportadas, intempéries climáticas, diferenças de temperatura, e todos estes fatores podem causar problemas para a estrutura se elas não forem suficientemente dimensionadas a fim de suportar tal aplicação.

Tal aplicação visa auxiliar o projeto de treliças, a fim de evitar acidentes, aumentando a robustez do conjunto de treliças, determinando, dentre as geometrias conhecidas, quais se enquadram melhor em certas aplicações.

A avaliação foi realizada através da comparação do desempenho estrutural das geometrias simuladas. Assim, pode-se aferir a validade dos modelos teóricos normalmente adotados pelos projetistas de estruturas, ou seja, treliça ideal em análise elástica linear, e propor modelos mais realistas para avaliação dos esforços internos e deslocamentos em treliças espaciais.

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Aqui apresenta uma breve revisão sobre as geometrias mais comumente usadas na aplicação de estruturas de treliças, tais como Howie, Warren e Pratt. Também são apresentadas algumas normas técnicas a serem utilizadas nas aplicações de estruturas treliçadas.

1.1 DEFINIÇÕES DE TRELIÇAS

Define-se como treliça, a junção de elementos (barras) para construção de estruturas de sustentação, e quando conectados em forma geométrica triangular torna-se uma estrutura rígida capaz de suportar esforços variados. A treliça é chamada

de treliça plana quando todos os elementos da estrutura apresentam-se em um único plano. Encontram-se aplicações para esta estrutura para diversas finalidades dentre elas coberturas, pontes, guindastes, dentre outras.

Sabe-se que são estruturas lineares que apresentam barras retas em sua composição e sofrem em sua maioria, a ação da tração e compressão. São seus elementos de composição os nós, corda, montante, diagonal e a tesoura (SOUZA *et al.*, 2008).

1.2 DIMENSIONAMENTO DE BARRAS DE TRACIONADAS E COMPRIMIDAS

Para que seja realizado a otimização estrutural em um sistema de barras, além de sua aplicação deve-se também conhecer as limitações no comportamento da estrutura a partir de um cálculo de restrições. Essas restrições podem apresentar-se das mais variadas formas, como a sua resistência, deslocamento em determinado nó ou ainda tensões específicas aplicados em pontos da estrutura. Conhecem-se três maneiras de verificação quando se trata da resistência da estrutura sendo elas o método das tensões admissíveis, dos coeficientes de ações e o dos estados limites. Porém, no Brasil a partir de 1986 a Norma Brasileira 8800 ABNT, utiliza-se para estruturas em aço o método dos estados limites (PRUDENTE, 1998).

“São estados a partir dos quais uma estrutura não mais satisfaz a finalidade para a qual foi projetada” (ABNT, 1986, p.2), e são eles classificados em *Estados dos Limites Últimos* e *Estados dos Limites de Utilização*. Este método considera separadamente as incertezas relativas aos efeitos das ações e também considera coeficientes específicos do material para cada tipo de ação (compressão, tração), e em consequência obter índices de segurança homogêneos e confiáveis para diversos tipos de estruturas e carregamentos (PRUDENTE, 1998).

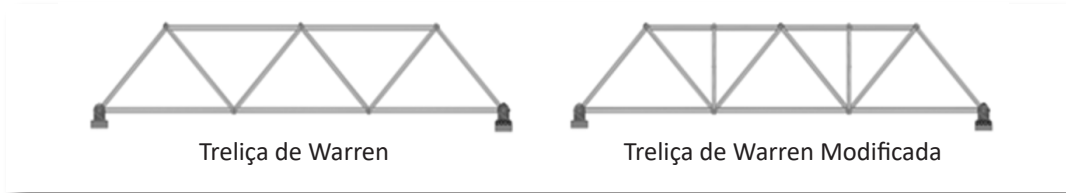
1.3 TIPOS DE TRELIÇAS

Para as simulações foram destacar três tipos de treliças, que são utilizadas para construção de pontes e coberturas, em cada uma delas existem algumas variações, deve-se lembrar que é possível alterar livremente as dimensões e formato das treliças, sempre lembrando de dimensioná-las para realizar tais alterações (GOMES, 2016).

1.3.1 Treliça do Tipo Warren

Geralmente são utilizadas para cobrirem vãos entre 50 e 100 metros, particularmente contém uma estrutura simples se comparadas às demais (GOMES, 2016). A Figura 1 mostra exemplos da treliça tipo Warren.

FIGURA 1 – Treliças de Warren



FONTE: Gomes (2016)

1.3.2 Treliça de Pontes Pratt

Com exceção da barra central e dos elementos em seu extremo, todos os outros elementos estão inclinados. Aqui existem também as treliças de *Fink* que são análogas as de *Pratt* (GOMES, 2016). A Figura 2 apresenta exemplos de treliça tipo *Pratt*.

FIGURA 2 – Treliças do tipo Pratt



FONTE: Gomes (2016)

1.3.3 Treliça Howe

É o oposto da treliça de Pratt, pois suas barras diagonais estão na direção contrária do centro da treliça (GOMES, 2016). Na Figura 3 encontram-se os tipos de treliça *Howe*.

Figura 3 – Treliças de Howe



FONTE: Gomes (2016)

1.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Historicamente, o Método dos Elementos Finitos (MEF) surgiu em 1955, como evolução da análise matricial de modelos reticulados, motivado pelo advento do computador e elaborado com o intuito de se projetar estruturas de modelos contínuos. Pode ser considerado como uma técnica de gerar funções de aproximação, que podem ser utilizadas para interpolar deslocamentos, esforços, tensões e deformações ao longo do domínio do elemento (CHRISTOFORO *et al.*, 2007).

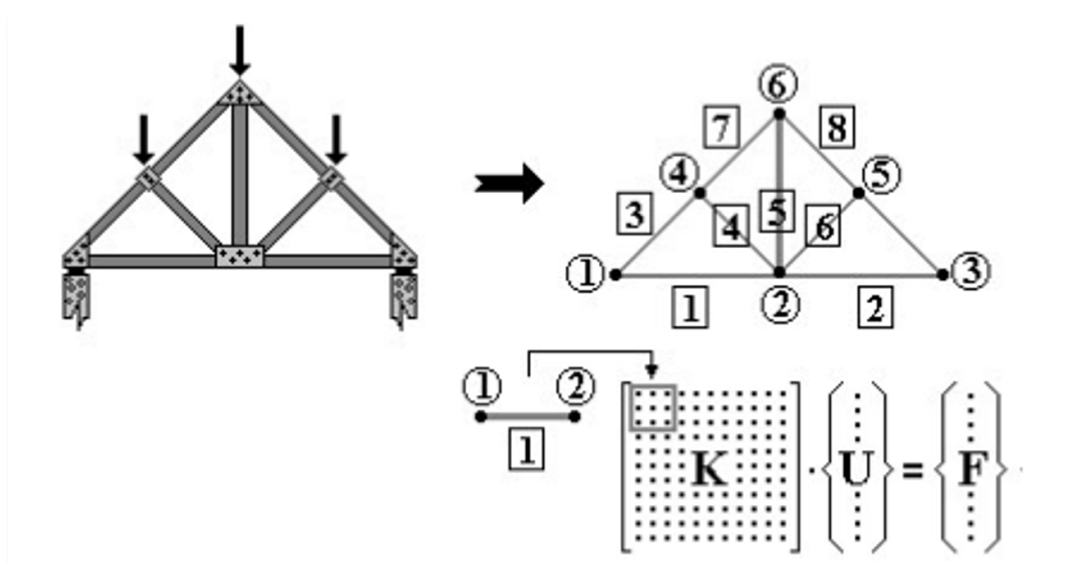
Para a resolução de problemas estruturais segundo o MEF, as funções de forma podem ser aplicadas diretamente à sua equação diferencial (Resíduos Ponderados) ou a princípios energéticos, tais como o Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV). O deslocamento em problemas estruturais elásticos é tido como incógnita fundamental, obtido por intermédio da resolução de um sistema de equações lineares, assim como expressa a equação a seguir:

$$[K] \cdot [U] = [F] \quad (1)$$

em que, $[K]$ é a matriz de rigidez da estrutura, $[U]$ é o vetor dos deslocamentos nodais da estrutura e $[F]$ é o vetor das forças equivalentes nodais da estrutura.

A sua construção fica em função da disposição da malha, e conseqüentemente dos nós dos elementos finitos na estrutura, como pode ser visto na Figura 4.

FIGURA 4 – Exemplo de montagem da matriz de rigidez



FONTE: Gomes (2016)

2 PARÂMETROS E SOFTWARES

Para o desenvolvimento das simulações, além de selecionar os três tipos de treliças, foi necessário à padronização de alguns parâmetros, tais como, o tipo de material, os comprimentos das treliças, altura, o número de barras, entre outros. Tabela 1 apresenta os dados padronizados para a simulação para os três modelos de treliças escolhidas para a pesquisa. Para o material utilizou-se alumínio liga 6351, têmpera T4, que possuem as características listadas a seguir (BUZINELLI, 2000).

- módulo de elasticidade longitudinal $E = 70 \text{ GPa}$;
- peso específico $\gamma = 27 \text{ kN/m}^3$;
- tensão de escoamento $f_y = 130 \text{ MPa}$;
- tensão última $f_u = 220 \text{ MPa}$;

TABELA 1 – Dados para pesquisa paramétrica

VARIÁVEIS DE ESTUDO	TIPOS DE TRELIÇAS		
	HOWIE	WARREN	PRATT
Comprimento	9 m	9 m	9 m
Altura	1 m	1 m	1 m
Área da Secção (A)	$75,72 \times 10^{-6} \text{ m}^2$	$75,72 \times 10^{-6} \text{ m}^2$	$75,72 \times 10^{-6} \text{ m}^2$
Nº de Elementos	13	11	13
Nº de Nós	8	7	9
Nós de Apoio	1 e 4	1 e 4	1 e 4
Nós de Aplicação do Carregamento	7	7	7
Carregamento	3,2 kN	3,2 kN	3,2 kN

FONTE: Os autores (2018)

As simulações realizadas para a pesquisa deram-se através do software *Matlab – Matrix Laboratory*, devido a sua facilidade de utilização e sua linguagem computacional simplificada para solução de problemas que envolvam sistemas de equações.

3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com a simulação paramétrica concluída obteve-se os vetores dos deslocamentos nos sentidos dos eixos x e y para os nós soltos passíveis de deslocamento. O valor de u_i representa o deslocamento do nó i no eixo x e o valor de v_i representa o deslocamento do mesmo nó agora para o eixo y . A Tabela 2 apresenta os valores dos deslocamentos para as três simulações.

TABELA 2 – Deslocamentos nodais das treliças em metros

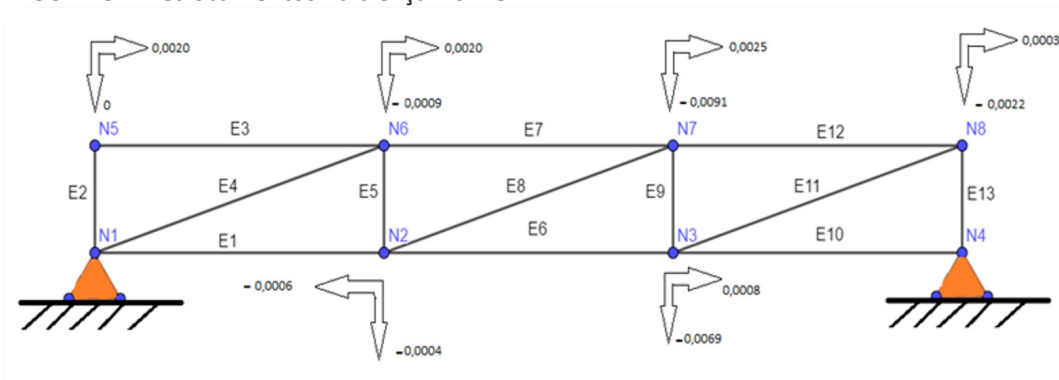
Nós	Treliça Howie	Treliça Pratt	Treliça Warren
u_2	-0,0006	-0,0018	0,0001
u_2	-0,0004	-0,0066	-0,0019
u_2	0,0008	-0,0018	0,0022
u_2	-0,0069	-0,0115	-0,0028
u_2	0,0020	-0,0006	0,0021
u_2	0,0000	-0,0018	0,0000
u_2	0,0020	-0,0024	0,0032
u_2	-0,0009	-0,0085	-0,0088
u_2	0,0025	-0,0060	0,0014
u_2	-0,0091	-0,0133	-0,0006
u_2	0,0003	-0,0060	-
u_2	-0,0022	0,0000	-

FONTE: Os autores (2018)

Nota-se que os deslocamentos no eixo x que possuem valores negativos, são para a esquerda, enquanto os deslocamentos com valores positivos são para a direita. No eixo y quando negativos, deslocam-se para baixo, e se positivo, seu deslocamento é para cima.

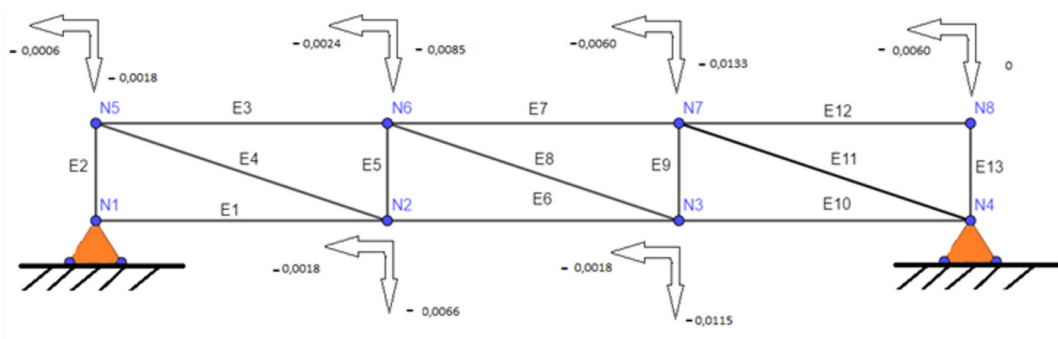
As figuras a seguir apresentam os três tipos de treliça esquematizadas com seus respectivos valores e direções de deslocamento para os nós de cada uma das treliças.

FIGURA 5 – Deslocamentos na treliça Howie



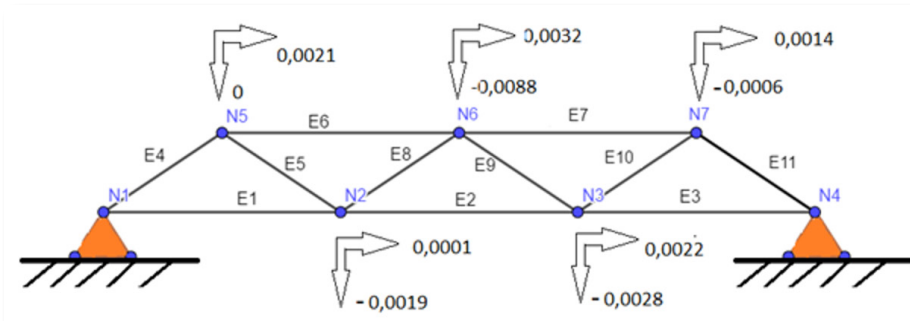
FONTE: Os autores (2018)

FIGURA 6 – Deslocamentos na treliça Pratt



FONTE: Os autores (2018)

FIGURA 7 – Deslocamentos na treliça Warren



FONTE: Os autores (2018)

Para se definir qual a treliça tem maior resistência ao deslocamento, calculou-se a média dos desvios para os deslocamentos em x e y das matrizes de resistência, resultando em um valor modular para os mesmos. Os resultados obtidos são relacionados a seguir:

- Treliça Howie

$$\left. \begin{array}{l} dx = 2,85 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ dy = 7,96 \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{array} \right\} \sqrt{d_{total} = (2,85 \cdot 10^{-3})^2 + (7,96 \cdot 10^{-3})^2} = 8,4548 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

- Treliça de Pratt

$$\left. \begin{array}{l} dx = 7,59 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ dy = 17,02 \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{array} \right\} \sqrt{d_{total} = (7,59 \cdot 10^{-3})^2 + (17,02 \cdot 10^{-3})^2} = 1,864 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

- Treliça de Warren

$$\left. \begin{array}{l} dx = 4,42 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ dy = 6,30 \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{array} \right\} \sqrt{d_{total} = (4,42 \cdot 10^{-3})^2 + (6,30 \cdot 10^{-3})^2} = 7,6959 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Estes resultados nos mostram que a treliça de Howie apresenta menor módulo do deslocamento no eixo x , e ainda o seu módulo do deslocamento no eixo y , é próximo ao da treliça de Warren, que apresentou menor deslocamento no eixo y . Porém, no cálculo do deslocamento total, o tipo Warren apresentou o menor valor, ou seja, apresenta maior resistência ao deslocamento. Neste caso pode-se concluir que ela será a melhor escolha para um dimensionamento com estrutura reduzida, com base nos parâmetros definidos.

CONCLUSÃO

A partir da parametrização realizada nas aplicações de treliças, pode-se compreender como uma alteração na sua geometria tem influência importante em sua função de resistência estrutural. Observou-se também, com base nos parâmetros definidos a priori, qual o melhor modelo a ser aplicado em função da simulação realizada. E, para as simulações feitas, obteve-se que para uma carga de 3,2 kN de força, a treliça do tipo Warren, se demonstrou mais resistente ao deslocamento nodal, sendo assim, considerada a melhor opção a ser tomada para os parâmetros escolhidos. Como sugestão para estudos futuros, podem ser feitas análise de economia quanto a custo de aplicação em função destas simulações.

REFERÊNCIAS

BUZINELLI, D. V. **Projeto de elementos estruturais em alumínio**. 2000. 186 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Paulo, 2000. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-23042018-153707/en.php>>. Acesso em: 01 dez. 2017.

CHRISTOFORO, A. L.; MARCONATO, S. A. S.; OLIVEIRA R. Z. G. Otimização numérica da área das seções transversais dos elementos componentes de estruturas planas do tipo treliça. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 25, n. 3, p. 57-69, 2007.

GOMES. M. I. S. **Estudo e análise de treliças**. 2016. 30 f. Notas de aula – Departamento de Engenharia Civil, Instituto Politécnico de Lisboa, Lisboa, 2016. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Idalia_Gomes/publication/301298120_Estudo_e_Analise_de_Trelicas/links/5710e65608ae846f4ef05472/Estudo-e-Analise-de-Trelicas.pdf>. Acesso em: 01 out. 2017.

PRUDENTE, M. **Otimização de estruturas de aço treliçadas planas com variáveis discretas**. 1998. 315 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, 1998. Disponível em: <http://www.set.eesc.usp.br/static/media/producao/1998DO_MauroPrudente.pdf>. Acesso em: 01 set. 2017.

SOUZA, M. F. S. M. de; RODRIGES, R. B.; MASCIA, N. T. **Sistemas estruturais de edificações e exemplos**. 2008. 93 f. Relatório Técnico. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo – FEC – Unicamp. Departamento de Estruturas, Campinas, 2008. Disponível em: <http://www.fec.unicamp.br/~nilson/apostilas/sistemas_estruturais_grad.pdf>. Acesso em: 01 nov. 2017.